530.L 32
3

NOVA CORPORA REGVLARIA:

SEV,

QVINQVE CORPORVM REGVlarium ſimplicium, in quinque alia regularia compoſita,

METAMORPHOSIS.

Inventa ante annos 60 à *Thoma Diggſeio* Armigero, jam, Problematibus additis nonnullis,

Demonſtrata à NEPOTE.

LONDINI,

Apud THOMAM HARPERUM.

M.DC.XXXIV.

LECTORI.

Mathematicorum vetus est querela, artes quæstuosas tantum esse in pretio: Mathematicas inutiles haberi. & justè adhuc assumi potest. sed gravior à me inchoanda est de ipsis Mathematicis: quibus, plurimis saltem, Matheseos neglectum imputat pejorem. Eiis vero maximè exprobrat, qui maxime soliciti videntur, & vulgi opinione optimi sunt Mathematici: Practici appellantur, plurimi vero sunt, ut hos omnes Antiquitas vocabat, mechanici. tales quidem plurimùm dolent quòd inutiles hæ censentur artes, sed sui potiùs miserentur, ideò enim carent mercede: idem ipsi judicarent, si nihil valerent experimenta. Intelligentiores, vulgi magis student opinioni, & plus acquirunt famæ quàm scientiæ; imò ita hac cæcat ambitio, ut tantò à veteribus scientiâ deficere videantur, quantò studiorum sinceritate. Nonne, mirum est quòd Antiquorum scriptis posteri inhærent usq; discipuli! Græcia debetur quicquid habetur. Ars equidem Logarithmica fortunatò inventa est; & admirabilis illa Analytices subtilitèr renovata; etiam Canones Tangentium & Secantium expeditiores habeantur novi: nihil aliud novi tot

ſacula produxerunt, in Arithmetice vel Geometria; niſi nova forſan inſtrumenta, ex Elementorum elementis conſtructa; & in oſtentationem tranſmutata, emendata, extolita. Imo verò, Matheſin antiquam vix intelligit quiſquam: quæ jam in uſu eſt, ſola, de lineis & ſuperficiebus, tenuiſſima pars habebatur olim, & tractatu aliquo indigna, niſi ut elementum: Solidorum cognitioni veteres aſpirabant; & de his excellentiores ſcripſerunt multa, quæ ad nos non pervenerunt. Libri omnes hujuſmodi qui extant Archimedis, Appollonii, Sereni, Theodoſii, Gemini, mira continent myſteria: ut experimentis aliquot in Optice, Catoptrice, & Architectonice, ſeu miraculis, percepimus. Admiratione ſatis digna eſt illa ſublimis profunditas in proportionibus Solidorum; nec vana eorum ſpeculatio habenda, quorum eminens aliquis uſus non innoteſcit. ipſa verò corpora regularia, quæ veteres pene adorârunt, jam calcantur. Hæc ait Stevinus lib. Hyponematum, pulchra quidem oculo ſunt, ſed eorum maximus uſus eſt Aleas efficere, aut Horologia. Sapit hoc magnæ aliquid ignorantiæ: etſi tanti nominis ſit vir, & bene-meritus libro arithmetices, ut inſcitiæ vix credibiliter arguatur. Geometra plane imperitus fuit, ut Problemata, de bis avi mei corporibus, quæ cum duobus Candallæ, exhibuit, manifeſtè teſtantur; ſcilicet quàm abſurdum eſt dicere, horum duo, Hexaedrum & Dodecaedrum, per trientem lateris ſectione transformari; ita prodigioſè deformarentur, ut corpora hæc, quæ mutilata vocat, vel manca rectè appellâſſet. Vir quidem fuit in vulgaribus experimentis maximè truditus; & quicquid his non inſerviit, practici ferè omnes opinantur inutile. Practici verò ſunt Mathematici, quorum judicio lubentiſſimè

bentißimè accedam, qui perfectâ cognitione operantur. Experimentator peritißimus erat avus meus, ut plurima ab illo Anglicè ſcripta teſtantur; ſed prius elementa penitùs inſpexerat. Iudicium perſpicax in his profundißimis myſteriis, indicat ſectio proportionalis corporum regularium; ab illo adhuc juvere excogitata. Etiam de ſimplicibus accuratißimum ſcripſit tractatum, ubi infinita Theoremata ſuperaddidit illis Candallæ: & paucis figuris, paßiones, proportioneſque eorum exhibet univerſas. Certè non meretur in angulo latere, ſi æſtimatio antiqua conſtiteret: at vix operæ pretium erit Aleas efficere aut Horologia. Idcóque forſan, corporibus hiſce conſuluiſſe videar, unicuique eorum unicâ conceßâ demonſtratione: ne grandis fieret tractatus. Speroſanè quòd ipsâ brevitate alliciantur mediocriter affecti; ego verò elementator parùm exercitatus plurimùm metuo, ne demonſtrationes meæ, vix expeditæ, inventioni potius detrahere videantur. Diſpliciat forſan alicui illa uniformitas quam ex propoſito in demonſtrationibus hiſce obſervo, ut clariùs appareat uniformitas in eorum ſectione; quis verò ignorat quam facile eſt variare. Confido tamen hæc ipſa corpora tantum æſtimii inventura inter Mathematicos intelligentes, ut defectus omnes illi ſupplebunt; tales verò eorum naturam ex his tam plenè percepturos ſcio, ut Theorematum demonſtrationes non deſiderent. Varia avi mei experimenta jacent abſconditè, quæ Practicis placeant & plurimum profint; quendam enim diſcant Solidorum uſum.

Vale.

Maii 5. 1634.

Recensui hunc Tractatum cui Titulus (Corpora Regularia, seu Quinque Corporum Regularium simplicium in quinque alia regularia composita metamorphosis) qui continet folia 36. aut circiter in quibus nihil reperio sanæ doctrinæ contrarium quo minus cum publicâ utilitate imprimi queat, sub eâ tamen conditione ut si non intra sex menses proximè sequentes typis mandetur hæc licentia sit omnino irrita.

Guilielmus Haywood,
Capell. Dom. Archiep. Cant.

Definitiones.

Transformatum Tetraedrum ſolidum eſt, ex 4. Triangulis æqualibus æquilateris, & 4. Hexagonis æqualibus & æquilateris conſtitutum, quorum Hexagonorum latera cuncta Triangulorum lateribus univerſis, tum ſibi ipſis, tum inter ſe, ſunt æqualia; dici etiam poteſt proprio nomine Diſtetrexatrigonum.

Definitio 2.

Hexaedrum transformatũ figura eſt ſolida, 4. baſibus planis æquilateris & æquiangulis circumſcripta, quarum 6. Octogonæ ſunt, reliquæ Triangulæ; propriê dici poteſt Octotrigonum exoctogonum.

Definitio 3.

Octaedrum transformatũ ſolida eſt figura ex 14. baſibus æquilateris & æquiangulis conſtans, quarum 6. ſunt Hexagonæ, reliquæ vero 8. æquales Trigonæ; dici etiam poteſt Hexoctotetratrigonum.

Definitio 4.

ICosaedrum transformatũ figura est solida, 32. basibus æquiangulis comprehensa, quarum 20. sunt Hexagonæ, reliquæ vero æqualia Pentagona plana; dici potest Icosi dodecaxatrigonum.

Definitio 5.

DOdecaedrum transformatum solidũ est, sub 32. basibus æquilateris comprehensum, quarum 12. sunt æquiangula Decagona, reliqua vero 20. æquilatera Triangula; dici potest Dodecosadecatrigonum.

Definitio 6.

SEmidiameter transformatorum corporum eadem est cum semidiametro sphęræ circum scribentis.

Definitio 7.

AXes majores eorum sunt ipsi semidiametri sphęrarum solido unicuique inscriptarum, superficies minores tangentium, & majores secantium.

Defi-

Definitio 8.

Axes minores ſolidi unius cujuſq; transformati, ſunt ipſi ſemidiametri ſphærarum ſingulis inſcriptarum, baſes maioris ſolummodo tangentium.

Definitio 9.

Superficies per lineam quamcunque ſecta dici poteſt, cum baſis ſectionis tali lineæ æquatur.

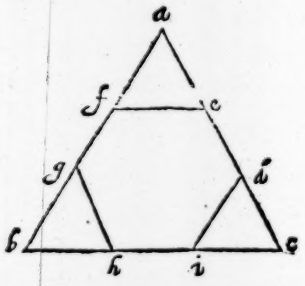
Proproble-

Proproblemata.

Sectione proportionali corporum ſimplicium transformata creantur; & quoniam tres variæ ſunt ſuperficies quinque illa conſtituentes, totidem etiam ſunt rationes ſecandi diverſæ. Tres igitur, lector, hic propoſui: proproblemata appello, quia problemata ſunt, & problematibus ſequentibus inſerviunt. Nonnulla brevitatis gratiâ involvuntur (cujuſmodi ſunt, lineam ita ſecare ut pars una dupla ſit potentiâ alterius: & lineam tali modo ſecare ut una pars quintuplum alterius poſſit) quæ ſi diſtincta propoſuiſſem, omnia in ſexto problemate directè deducerentur; jam vero habenda ſunt corollaria.

Proproblema 1.

Triangulum æquilaterum verſus angulos univerſos ſecare per lineam, mediæ parti lateris æqualem.



Eſto talis ſuperficies a b c, dividatur latus unumquodq; trifariam, punctis d, e, f, g, h, i. & ducantur lineæ rectæ e f, g h, i d, iſtæ erunt lateris trientes & mediæ parti lateris æquales.

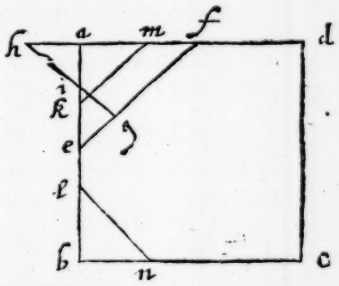
Demon-

Demonſtratio.

Cum lineæ rectæ e f, g h, i d, *ſecent latera Trianguli* a b c *proportionaliter, ſcil. tertiam partem lateris cujuſq;, latera trianguli cujuſlibet minoris erunt lateribus majoris proportionalia (i.) æqualia inter ſe per* 16. 5. *Elem. Euclidis: ergo & æquiangula toti erunt cuncta triangula per* 29. 1. *quia latera cadunt in paralelas per* 2. 6.) *ergo & ſimilia per* 1. *definitionem* 6. *Itaque triangula minora ſunt æquilatera (i.) ex trienti majoris conſtituta, & lineæ ductæ* e f, g h, i d, *lateris ſunt trientes, mediæq;, parti lateris æquales.*

Proproblema 2.

Quadratum verſus angulos univerſos ſecare per lineam, mediæ parti lateris æqualem.



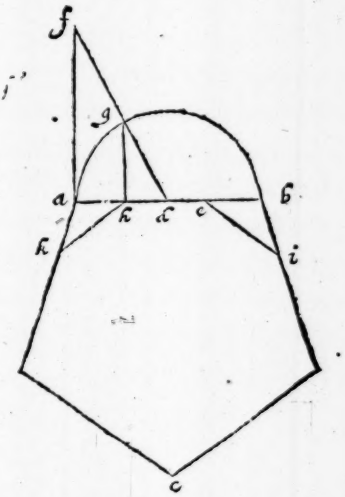
Eſto talis ſuperficies a b c d, *dividatur latus unumquodque bifariam, & brevitatis gratiâ, verſus angulum unicum* a *ducatur* e f *hypotenuſa triangulo* a e f, *& abſciſâ* f g, *quæ ſit pars hujus lateri æqualis, puncto* a *erigatur perpendicularis* a h *æqualis* e g *exceſſui hypotenuſæ, & ducatur recta* h g, *etiam* k i, *exceſſus lineæ* e i *ſuper* a i, *addatur* a i, *& ponatur* e l *æqualis rectæ* e k. *Ita* a *punctis* k, *&* l, *proportionaliter ab angulo diſtantes lineæ ductæ erunt mediæ parti lateris æquales.*

Demonſtratio.

Cum triangulum a e f *Iſoſceles ſit, & angulus* f a e *rectus, anguli* a e f *&* a f e *æquales per* 5. 1. *erunt etiam ſemirecti, per poſteriorem partem* 32. *ejuſdem: & in triangulo* f g h *latus* f h, *lateri* f e, *& latus* f g, *lateri* f a, *æquale & angulus* f *communis, anguli omnes erunt æquales per* 4. 1. *In triangulo igitur* g e i, *angulus* i g e, *erit rectus per* 13. 1. *& anguli* g i e, g e i *æquales erunt (quoniam angulus* f e a *(i.)* g e i *demonſtratus eſt ſemirectus: ergo latera* g i, g e *æqualia per* 6. 1. *&* e i *hypotenuſa duplum poterit* g e *vel* g i, *per* 47. 1. *duplumq;* a h, *rectæ* g e *æqualis per poſitionẽ. Sed* a i *æqualis eſt* a h, *anguli enim* a h i, *&* a i h, *æquales ſunt, ſc. ſemirecti:* a h i, *talis eſt demonſtratus, &* a i h *talis erit quia angulus* h a i *rectus eſt per poſitionem. Cumque recta* a k *eandem proportionem habeat ad* e k, *ut* e i *ad* a i, *per* 7. 5. *ita etiam* b l *ad* l e, *per poſitionem: &* k l *dupla* e k *quadruplum poſſit* e k *dimidii per coroll. propoſ.* 20. 6. *Eadem* k l *dupla erit potentiâ* a k *vel* l b. *Sed lineæ ductæ tales ſunt per* 47. 1. *elem. Ergo mediæ parti lateris æquales erunt: & reliquis ſimiliter ſectis lateribus quadrati, verſus angulos univerſos itidem ſecabitur.*

Proproblema 3.

Pentagonum verſus angulos univerſos ſecare per lineam, mediæ parti lateris æqualem.



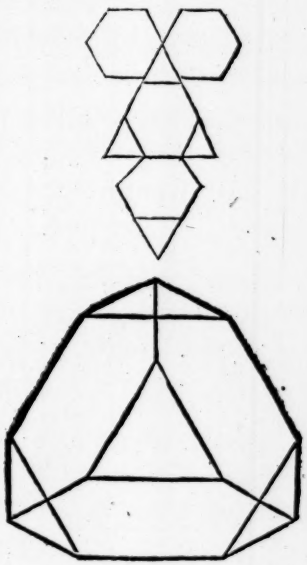
Eſto talis ſuperficies a b c, *dividatur latus* a b *bifariam in* d, *& centro* d *deſcribatur ſemicirculus,* a b, *tum puncto* a *erigatur perpendicularis* a f *æqualis diametro* a b, *& ductâ rectâ* f d, *puncto ſectionis* g *erigatur perpendicularis quæ ſit* g h, *& ponatur* d e *æqualis rectæ* h d. *Ita* a *punctis* e *&* h *proportionaliter ab angulo diſtantes lineæ ductæ erunt mediæ parti lateris æquales.*

Demon-

Demonſtratio.

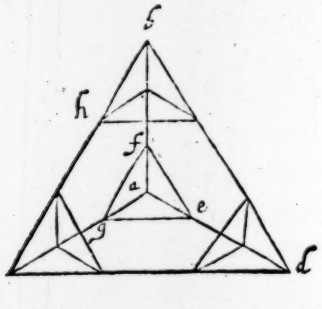
Cum linea recta a f *dupla ſit lineæ* a d *ex fabricâ, & ita ſit* g h *ad* h d, *ut* f a *ad* a d, *per* 28. 1. *& per coroll. prop.* 2. 6. *elem.* g h *dupla erit lineæ* h d, *& quadrupla potentiâ per corol. prop.* 20. 6. *quadratum igitur ex* g d *quintuplum erit quadrati ex* h d, *ergo* d b *quintupla potentiâ rectæ* h d *ex definit. Circuli: &* a d *quintupla* d e *æqualis* h d *ex fabricâ. Cumq;* e b *ſit pars lineæ* h b *aſſumens* d e *dimidium* h e, *& ita* a h *aſſumat* h d *dimidium ejuſdem:* h e *majus ſegmentum erit* h b *vel* a e *extremâ & mediâ ratione diviſæ per converſ.* 3. *prop.* 13. a *campano & aliis commentatoribus demonſtratam. Sed lineæ ductæ* e i, h k, *eandem habent rationem ad eaſdem, per* 5. *&* 8. 13. *ſubtendunt enim angulo Pentagoni ex talibus quinque lateribus conſtituti: itaque mediæ parti lateris æquales ſunt, & reliquis ſimiliter ſectis lateribus figuræ verſus angulos univerſos itidem ſecabitur.*

FOrmas corporum ſimplicium, ut in plano delineantur vix diſtinctè percipimus: ſolent igitur mathematici diligentiores ipſa corpora ex ligno formare, vel ex papyro glutinatâ in formas eorum complicatâ. Equidem corpora transformata confusè exhibet figura conſtructionis: habebis igitur, lector, utroq; modo repraſentata.



Problema 1.

Tetraedrum datum transformare.



Esto datũ Tetraedrum a b c d *secetur unaquæque superficies versus angulos ut docet 1. proprob. ductis rectis* e f, f g, g e, *& reliquis circa unumquemque angulum solidum puncta connectentibus. Ita Tetraedrum transformatur, & corpus regulare novum producitur compositum ex 4. Hexagonis basibus æquilateris æqualibus, & 4. Trigonis æqualibus & æquilateris: totumq; solidum æquiangulum est & æquilaterum, sphærâq; circumscriptibile.*

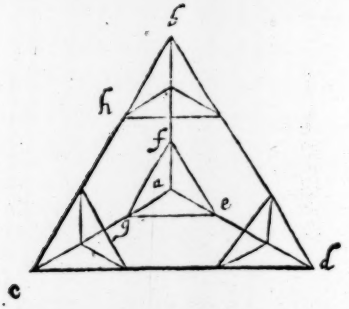
Demon-

Demonſtratio.

Cum lineæ ductæ e f, f g, g e, *& reliquæ circa unumquemque angulum ſolidum, ponantur baſes cruribus æqualibus triùm angulorum planorum, ex dato, æqualium, hujuſmodi omnes erunt æquales per quartam primi elementorum; & in tribus ſectionum punctis concurrentes (ut ſatis evidenter conſtet quoniam latera omnium triangulorum coincidunt) triangulum conſtituent æquilaterum. Cumque tres lineæ tales in unâquaque ſuperficie Tetraedri occurrant tribus æqualibus per primum proprob. ſcil. mediæ parti lateris cujuſque, efficient ſuperficiem Hexagonam æquilateram, & æquiangulam per 32. primi, quia angulus unuſquiſque æquatur duobus internis oppoſitis triangulorum æquilaterum Itaq; lineæ ductæ in ſingulis punctis ſolidi latera dividentibus duæ angulum facientes, Trianguli æquilateri, & cum duobus aliis duos angulos duorum Hexagonorũ: anguli omnes ſolidi erunt æquales per communem ſententiam ſecundam, & quatuor erunt ſuperficies ſeu baſes Hexagonæ, ſectione uniformi Trigonarum ſuperficierum creatæ, & quatuor æquales Trigonæ baſes pyramidibus quatuor abſcindendis;*

Problema 1.

Tetraedrum datum transformare.



Esto datũ Tetraedrum a b c d *secetur unaquæque superficies versus angulos ut docet* 1. *proprob. ductis rectis* e f, f g, g e, *& reliquis circa unumquemque angulum solidum puncta connectentibus. Ita Tetraedrum transformatur, & corpus regulare novum producitur compositum ex* 4. *Hexagonis basibus æquilateris æqualibus, &* 4. *Trigonis æqualibus & æquilateris : totumq; solidum æquiangulum est & æquilaterum, sphærâq; circumscriptibile.*

Demon-

Demonſtratio.

Cum lineæ ductæ e f, f g, g e, *& reliquæ circa unumquemque angulum ſolidum, ponantur baſes cruribus æqualibus trium angulorum planorum, ex dato, æqualium, hujuſmodi omnes erunt æquales per quartam primi elementorum; & in tribus ſectionum punctis concurrentes (ut ſatis evidenter conſtet quoniam latera omnium triangulorum coincidunt) triangulum conſtituent æquilaterum. Cumque tres lineæ tales in unâquaque ſuperficie Tetraedri occurrant tribus æqualibus per primum proprob. ſcil. mediæ parti lateris cujuſque, efficient ſuperficiem Hexagonam æquilateram, & æquiangulam per 32. primi, quia angulus unuſquiſque æquatur duobus internis oppoſitis triangulorum æquilaterum Itaq; lineæ ductæ in ſingulis punctis ſolidi latera dividentibus duæ angulum facientes, Trianguli æquilateri, & cum duobus aliis duos angulos duorum Hexagonorū: anguli omnes ſolidi erunt æquales per communem ſententiam ſecundam, & quatuor erunt ſuperficies ſeu baſes Hexagonæ, ſectione uniformi Trigonarum ſuperficierum creatæ, & quatuor æquales Trigonæ baſes pyramidibus quatuor abſcindendis;*

& universæ, sibi ipsis & inter se, æquilateræ. Ergo totum corpus novum æquilaterum est & æquiangulum. Denique sphærâ circumscriptibile est, semidiameter enim solidi transformati, ad quemcunque angulum ducta, & semidiameter Tetraedri simplicis, cum parte lateris abscisâ, triangulum efficiunt ut satis evidenter constet intuenti figuram. In triangulis omnibus hujusmodi, angulus idem est ad verticem per 7. axioma, & duo latera duobus lateribus sigillatim æqualia sunt, sc. pars abscisa similis in omnibus ex prædemonstratis, & semidiameter corporis simplicis ex dato: quarè bases universæ, quæ sunt semidiametri transformati, æquales per quartam primi. Itaque eodem centro corpus transformatum potest circumscribi.

Theorema

Theorema 1.

DVas concipit hoc ſolidum ſphæras, altera, quæ minor eſt, omnia Hexagonarum baſium tangit centra, nullam ſolidi ſuperficiei partem ſecans, altera autem ſphæra, quæ major eſt, Trigonarum hujus contingit centra, Hexagona plana ſecans, ſectionem concentricam in iis delineans.

Theorema 2:

Huic ſolido inſcribi poteſt Octaedrum, ejuſque 6. ſolidi anguli in medietatibus reſidebunt illorum hujus ſolidi laterum, quæ conveniunt ſolummodo planis Hexagonis, nec communicant cum Trigonis baſibus.

Theorema 3.

Poteſt & hoc ſolidum duo concipere Tetraedra, diverſæ magnitudinis: quorum majoris, anguli ſolidi, in centris Trigonarum baſium, minoris vero, in Hexagonarum centris conſiſtent.

Theorema 4.

Icoſaedrum etiam poterit intra hoc transformatum figurari ſolidum, ita ut univerſi ejus ſolidi anguli, in hujus ſuperficie conſiſtant,

tres ſcil. in qualibet Hexagonâ baſi, Trigonum formantes, cujus anguli, latera Octaedri extremâ & mediâ ratione dividunt.

Theorema 5.

Hujus ſolidi Semidimetiens poteſt Axem majorem, & Trigonarum baſium majorem ſemidiametrum.

Theorema 6.

Quadrata Semidiametri majoris Hexagonæ baſis & Axis minoris, juncta, conficiunt quadratum Semidiametri ſolidi.

Theorema 7.

Quadrata Axium, alterum ex altero deductum, relinquunt quadratum Semidiametri circuli concentrici.

Theorema 8.

Hujus ſolidi Altitudo æqualis eſt aggregato Axium; atque ad latus rationem habet ut ♃ 4. ad ♃ 6.

Theorema 9.

Hujus ſolidi Semidiametri ad latus rationem eſt, tanquam ♃ 11. ad ♃ 8.

The

Theorema 10.

Axis major ad minorem, rationem habet, ſicut 5. ad 3.

Theorema 11.

Hujus ſolidi altitudinis medietas, æqualis eſt Diametro concentrici Hexagonæ baſi circuli.

Theorema 12.

Semidiametri minores Hexagonarum & Trigonarum baſium hujus ſolidi, eam inter ſe rationem retinent, quam quadrata Semidiametrorum majorum earundem baſium.

Theorema 13.

Diametri majores baſium hujus ſolidi Hexagonarum ad Trigonarum Dimetientes, potentiâ triplam inter ſe, rationem retinent.

Theorema 14.

Latus hujus transformati ſolidi æquum eſt lateri Tetraedri minoris huic inſcripti ſolido, & ad latus Tetraedri majoris, rationem habet, ſicut 3. ad 5.

Theo-

Theorema 15.

Latus Octaedri huic transformato ſolido inſcripti, triplum eſt medietati lateris inſcripti Octaedro.

Theorema 16.

Si latus Octaedri huic ſolido inſcripti, extremâ & mediâ ratione diſſipetur, linea, quæ poteſt duplum minoris ſegmenti, æqualis eſt lateri inſcripti Icoſaedri.

Theorema 17.

Hujus transformati ſolidi ſuperficies, æqua eſt Icoſaedri & Octaedri ſuperficiebus, ſimul ſumptis, quorum latera, lateri hujus ſolidi ſunt æqualia.

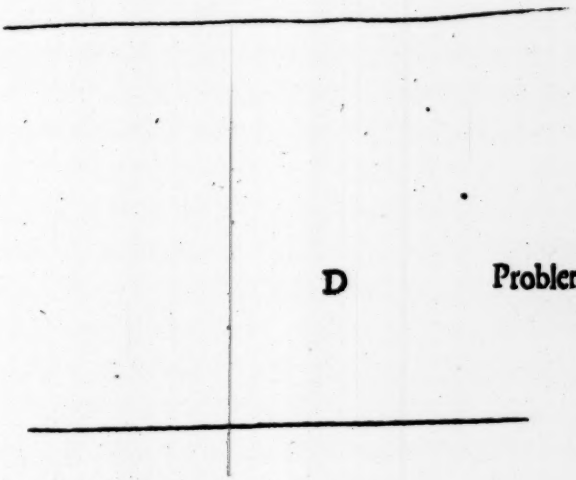
Theorema 18.

Craſſitudini hujus transformati ſolidi duarum pyramidum craſſitudo æqua eſt, quarum major baſim habet Hexagonam æquiangulam, latuſque habentem duplum lateri hujus ſolidi, altera pyramis, quæ minor eſt, baſim habet Trigonam, latus ſimiliter habens duplum lateri hujus ſolidi: priori autem pyramidi altitudo, eſt Axis minor, alteri vero, Axis hujus ſolidi major, eſt altitudo.

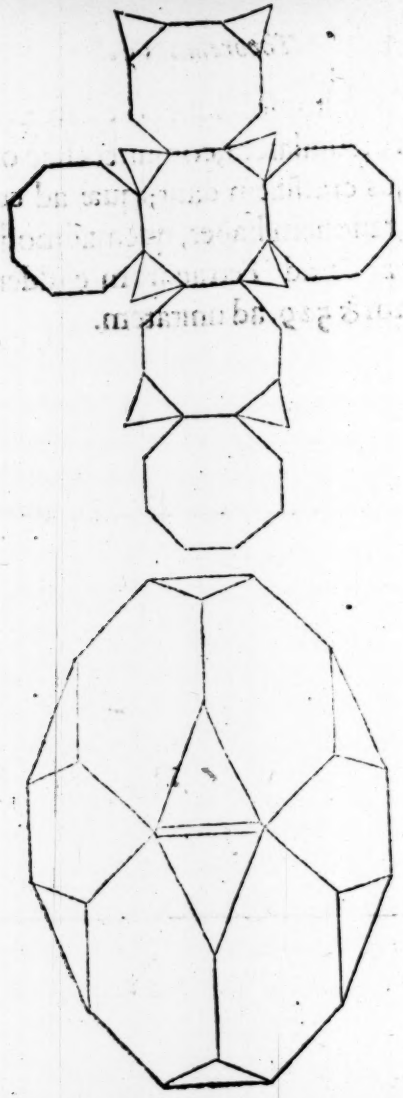
heo-T

Theorema 19.

Resolvi hoc solidum potest in 23. Tetraedra, huic æquilatera, conjuncta hac omnia veram ejus crassitiem dant; quæ ad cubum sui lateris, rationem habet, quemadmodũ, ʒ 529. ad ʒ 72. & ad Tetraedrum ejusdem lateris tanquam ʒ 529. ad unitatem.

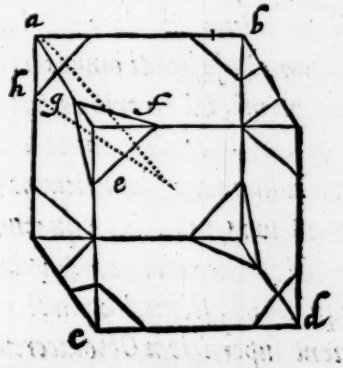


D Problema



Proproblema 2.

Hexaedrum datum transformare.



Esto datum Hexaedrum a b c d, *secetur unaquæq; superficies versus angulos, ut docet secundum Proproblema; ductis rectis* e f, f g, g e; *& reliquis circa unumquemq; angulum solidum puncta connectentibus. Ita Hexaedrum transformatur, & corpus regulare novum producitur compositum ex* 8. *superficiebus Trigonis æqualibus æquilateris, &* 6. *Octogonis æqualibus & æquileteris: totumq; solidum æquiangulum est, & æquilaterum: sphærâq; circumscriptibile.*

Demonſtratio.

Cum lineæ ductæ e f, f g, g e, *&c. circa unumquemque angulum ſolidum, ponantur baſes cruribus æqualibus trium angulorum planorum, ex dato, æqualium, hujuſmodi omnes erunt æquales per quartam primi, & in tribus ſectionum punctis concurrentes (ut patet, quoniam latera ſuperficierum coincidunt) conſtituent triangulum æquilaterum. Cumq; tales lineæ quatuor, in unâquaq; ſuperficie Hexaedri, ex fabricâ occurrant quatuor æqualibus, ſc. mediæ parti lateris cujuſque, efficient ſuperficiem Octolateram æquilateram, & equiangulam per 32. primi, quia anguli unuſquiſque æquatur duobus internis oppoſitis triangulorum æquiangulorum per quartam primi. Itaq; lineæ ductæ, in ſingulis punctis ſolidi latera dividentibus duæ, angulum facientes, Trianguli æquilateri, & cum duobus aliis duos angulos duorum Octogonorum: anguli omnes ſolidi erunt æquales per axioma ſecundum, & erunt 6. ſuperficies Octogonæ æquales, ſectione uniformi Trigonarum ſuperficierum creatæ, & 8. Trigonæ æquales baſes pyramidibus totidem abſcindendis; etiam univerſæ, ſibi ipſis, & inter ſe æquilateræ.*

Ergo

Ergo totum corpus novum erit æquiangulum & æquilaterum. Denique sphærâ circumscriptibile erit, Semidiameter enim corporis transformati, & Semidiameter Hexaedri, cum abscisâ parte lateris triangulum efficiunt (ut satis evidenter constet) ad angulum quemcunque ducantur. Horum omnium triangulorum, angulus idem est ad verticem per septimũ Axioma, & duo latera duobus alternatim æqualia habebunt, nam pars lateris similis est in omnibus, & Semidiameter corporis simplicis eadem ex dato. Ergo bases, quæ Semidiametri sunt corporis transformati, erunt æquales, per 4. 1. Itaq; eodem centro Hexaedrum transformatum potest circumscribi.

Theorema 1.

COncipit hoc solidum binas sphæras internas, minorem, tangentem solummodo Octogonorum omnium centra, majorem, reliquorum Trigonorum, scil. planorum centra non solum tangens, sed & Octogona dividens plana, in iis concentricos delineans circulos.

Theorema 2.

Poterit huic figuræ Tetraedrum inscribi: cujus anguli solidi omnes, in centris Trigona-

rum basium Sedem sibi vendicent.

Theorema 3.

Poterit & Octoedrum huic inscribi solido; illiusque anguli in Octogonarum basium centris residebunt.

Theorema 4.

Hujus transformatæ figuræ internum Hexaedrum, angulos habet in Trigonarum basium centris requiescentes.

Theorema 5.

Poterit & Icosaedrum huic figuræ inscribi: singulis ejus Octogonis basibus, binos Icosaedri angulos solidos recipientibus.

Theorema 6.

Dodecaedrum perfectè huic solido inscribi non potest; 12. enim Dodecaedri anguli in hujus solidi 6. Octogonis basibus residebunt, diametros earum minores extremâ & mediâ ratione dividentes; reliqui vero 8. Dodecaedri, situm sibi intra solidum in macoribus Axibus sub Trigonarum basium centris vendicabunt, illas Axes proportionalitèr & uniformitèr dimetientes.

Theorema 7.

Hujus transformati solidi latus potentiâ triplum est ad Semidimetientem majorem Trian-

Triangularium ejus baſium, ad Semidiametrum autem earundem minorem, rationem habet, quam 1 ad ☇ $\frac{1}{11}$.

Theorema 8.

Latere hujus ſolidi rationali, Semidiameter major Octogonarum baſium, Irrationalis eſt major, rationem eam retinens ad latus, quam ☇ uni. 1 + ☇ $\frac{1}{2}$ ad 1.

Theorema 9.

Latere hujus ſolidi rationali, Binonum eſt illius Octogonarum baſium Semidiameter minor, ad latus rationem tenens, quemadmodum ☇ $\frac{1}{4}$ + ☇ $\frac{1}{2}$ ad 1.

Theorema 10.

Rationali exiſtente latere, Axis major Binomium eſt: ad latus proportionatum, ut ☇ $\frac{2}{3}$ + ☇ $\frac{1}{4}$ ad 1.

Theorema 11.

Minor Axis minor, Octogonarum baſium Semidiametro eſt æqualis; & ad latus rationem habet, eam, quam ☇ $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{2}$ ad 1.

Theorema 12.

Rationale exiſtente hujus ſolidi latere Dimetiens Irrationalis erit major: cujus proportio

portio ad latus, his characteribus exprimi poteſt, & 7 + & 32. ad unitatem.

Theorema 13.

Huic transformato ſolido inſcripti Tetraedri latus, ad Axem majorem rationem habet, ſicut & ; ad 1.

Theorema 14.

Tetraedri inſcripti latus; potentiâ duplum eſt ad cubi interni latus.

Theorema 15.

Hujus ſolidi transformati Altitudo minor, dupla eſt potentiâ ad inſcripti Octaedri latus.

Theorema 16.

Octogonarum baſium Diameter minor extremâ & mediâ ratione diviſa, facit majus ſegmentum, inſcripti Icoſaedri latus.

Theorema 17.

Hujus transformati ſolidi latere, extremâ & mediâ ratione diſſipato, ſi minori ejus portioni, linea ei potentiâ dupla adjiciatur, tota demum conflata linea, eſt inſcripti Dodecaedri latus.

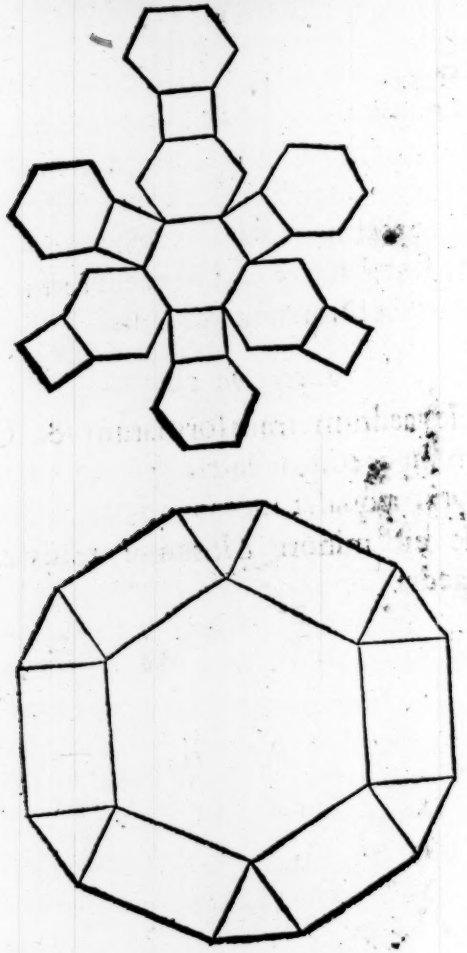
Theo-

Theorema 18.

Hujus transformati ſolidi Octogonæ baſis Diametri minoris cubus, ſuperficiem habet omnium Octogonarum baſium ſimul junctarum ſuperficiem ſuperantem, tali modo, ut exceſſus ſeu differentia ad omnia Trigona ſimul ſumpta, rationem retineat, eam quam cubi Dimetiens ad latus.

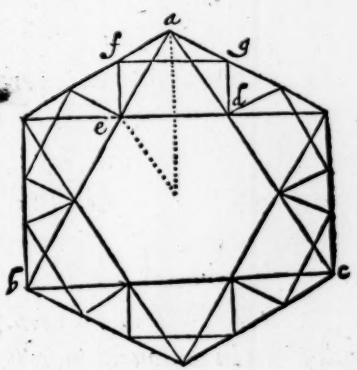
Theorema 19.

Hexaedrum transformatum & Octaedrum ſuper eodem latere deſcriptum, ſimul ſumpta, æqualia ſunt Cubo; cujus latus æquale eſt minori Altitudini transformati Hexaedri.



Problema 3.

Octaedrum datum transformare.



Esto datum Octaedrum a b c, *secetur unaquæque superficies, ut docet* 1. *Proproblema, ductis rectis* e f, f g, d g, d e, *&c. circa unumquemque angulum solidum, puncta connectentibus. Ita Octaedrum transformatur, & corpus novum producitur compositum ex octo basibus Hexagonis æquilateris æqnalibus, & 6. quadratis æqualibus; totumq; solidum æquiangulum est, & æquilaterum: sphæra âq; circumscriptibile.*

Demonstratio.

Cum lineæ rectæ e f, f g, d g, g e, *& reliquæ circa unumquemque angulum solidum, ponantur bases cruribus æqualibus, angulorum quatuor planorum, ex dato, æqualium, istæ omnes erunt æquales per quartam primi, & in quatuor sectionum punctis concurrentes (tot enim latera sunt ex dato in quibus coincidunt) constituent Quadratum, anguli enim quatuor æquales erunt per 35. undecimi. Erunt ergò recti, ut ductâ diametro patet per posteriorem partem 32. primi. Cumq; tres hujusmodi lineæ in unâquaq; superficie solidi, ex fabricâ occurrant tribus æqualibus per primum proproblema, sc. mediæ parti lateris cujusque, efficient superficiem Hexilateram æquilateram, & æquiangulum per 32. primi, quia angulus unusquisque æquatur duobus internis oppositis triangulorum æquilaterum per quartam primi. Itaq; lineæ ductæ, in singulis punctis solidi hujus latera dividentibus duæ, angulum facientes, Quadrati, & cum duobus aliis duos angulos duorum Hexagonorum: anguli omnes solidi erunt æquales per com. sent. 2. & erunt octo superficies Hexagonæ æquales, sectione uniformi Trigonarum*

super-

ſuperficierum creatæ, & ſex Quadrata æqualia, baſes pyramidibus totidem abſcindendis; etiam univerſæ, ſibi ipſis, & inter ſe æquilateræ. Ergo totum corpus novum æquilaterum erit & æquiangulum. Denique ſphærâ circumſcriptibile erit, Semidiameter enim corporis transformati, & Semidiameter Octaedri, cum abſcisâ parte lateris, triangulum efficiunt ad angulum quemcunque ducantur, ut apparet intuenti figuram: Hujuſmodi omnium triangulorum, angulus idem eſt ad verticem per ſeptimum Axioma, & duo latera duobus lateribus, ſingula ſingulis, æqualia habebunt, nam pars lateris abſciſa eſt ſimilis in omnibus, & Semidiameter corporis ſimplicis eadem ex dato. Ergo baſes, quæ ſunt Semidiametri corporis transformati, erunt æquales, per 4. 1. Itaq; eodem centro Octaedrum transformatum poteſt circumſcribi.

Theorema 1.

DVas concipit hoc ſolidum ſphæras, quarum altera, cuncta Hexagonorum tantummodo tangit centra: reliqua, quæ major eſt, Quadratorum centra tangit & Hexagona plana dividit ſuâ Peripheriâ, circulos concentricos in iis delineans.

Theorema 2.

Poterit intra hoc ſolidum, Tetraedrum collocari: cujus anguli in Hexagonorum planorum centris erunt.

Theorema 3.

Huic item ſolido inſcribitur Hexaedrum: cujus ſolidi 8. anguli in Hexagonorum planorum centris reperiuntur.

Theorema 4.

Huic ſolido Octaedrum includi poteſt: cujus anguli in Quadratorũ centris requieſcent.

Theorema 5.

Poteſt intra transformatum Octaedrum, Icoſaedrum collocari: cujus anguli omnes 12. Hexagonorum latera poſſidebunt, ea, quæ non communicant cum Quadratis baſibus.

Theo-

Theorema 6.

Hujus figuræ ſolidæ latus, æquum eſt Semidiametro Hexagonarum baſium; Semidiametro vero Quadratarum baſium potentiâ duplum eſt.

Theorema 7.

Major Hexagonorum planorum Dimetiens, poteſt & minorem eorundem Dimetientem, & præterea hujus ſolidi transformati latus.

Theorema 8.

Minor Hexagonorum planorum Dimetiens, triplum poteſt Dimetientis minoris Quadratarum baſium.

Theorema 9.

Major hujus ſolidi Axis, duplum poteſt lateris.

Theorema 10.

Octaedri transformati Semidimetiens, poteſt Axem minorem, & latus proprium.

Theorema 11.

Concentrici circuli Semidimetiens, æqualis eſt Semidiametro majori Quadratarũ baſium; cujus quadrato ſi quadratum Axis minoris adjun-

adjungatur, emerget Quadratum Axis majoris.

Theorema 12.

Inſcripti Tetraedri latus, duplum eſt lateri transfigurati Octaedri.

Theorema 13.

Cubi intrinſeci latus, medium eſt proportionale inter incluſi Tetraedri latus ad latus hujus transformatæ figuræ.

Theorema 14.

Diameter hujus ſolidi, quintuplum poteſt lateris inſcripti cubi.

Theorema 15.

Transfigurato Octaedro inſcripti Tetraedri latus, æquale eſt lateri eidem inſcripti Octaedri; duplumque poteſt lateris cubi, vel ſolidi minoris Altitudinis, quæ æqualia ſunt.

Theorema 16.

Si transformati Octaedri Quadratarum baſium Diameter major, extremâ & mediâ ratione dividetur, triplum minoris portionis, latus eſt inſcripti Icoſaedri.

Theo-

Theorema 17.

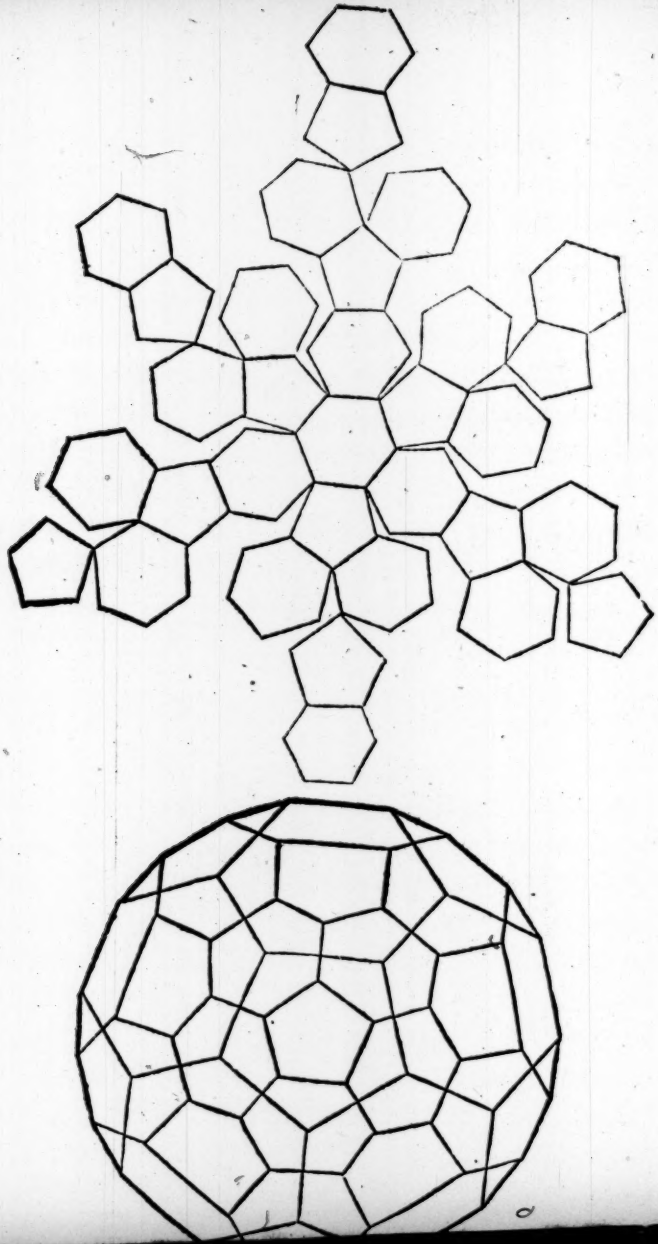
Si latus hujus ſolidi fuerit Rationale, linea quæ poteſt ejus ſuperficiem, Irrationalis eſt, ea, quæ dicitur, potens rationale & mediale; proportionem ad lateris Quadratum retinens eam, quæ eſt $\sqrt[3]{}$ uni. $\sqrt[3]{}$ 432 + $\sqrt[3]{}$ 8. ad unit.

Theorema 18.

Octaedrum transformatum ad Cubum ſui lateris, proportioné habet eam, quam $\sqrt[3]{}$ 28. ad 1. & poteſt reſolvi in 24. Octaedra invicem æqualia, idemque latus cum Octaedro transformato habentia.

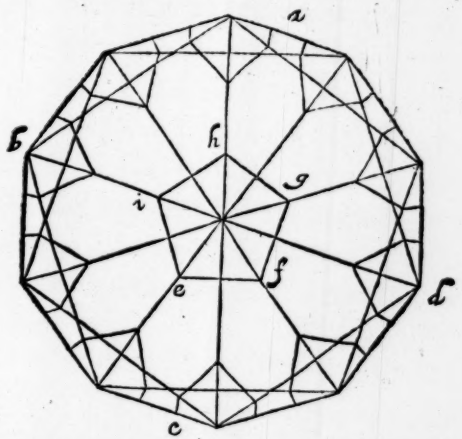
Theorema 19.

Poteſt Octaedrum transfiguratum in 14. pyramides, in centro ſolidi verticibus coeuntes, reſolvi, quarum 8. Hexagonæ baſes ſunt, reliquæ vero ſex Tetragonæ; atq, Hexagonarum pyramidum omnium ſimul ſumptarum craſſitudo, ad craſſitudinem Tetragonarum omnium tripla eſt.



Proproblema 4.

Icoſaedrum datum transformare.



Eſto datum Icoſaedrum a b c d, *ſecetur unaquæq; ſuperficies, ut docet primum Proproblema; ductis rectis* e f, f g, g h, h i, i e, *&c. circa reliquos angulos. Ita hoc ſolidum transformatur, & corpus regulare novum producitur, compoſitum, ex viginti baſibus Hexagonis æqualibus æquilateris, & 12. planis Pentagonis æquilateris æqualibus: totumq; ſolidum æquiangulum eſt, & æquilaterum: ſphærâq; circumſcriptibile.*

Demonstratio.

Cum lineæ ductæ e f, f g, g h, h i, i e, *& reliquæ circa unumquemque angulum solidum, ponantur bases cruribus æqualibus, trium angulorum planorum, ex dato, æqualium, hujusmodi omnes erunt æquales per quartam primi, & in quinque sectionum punctis concurrentes, Pentagonum constituent æquilaterum, & æquiangulum per 32. primi: quia angulus unusquisque æquatur duobus internis oppositis triangulorum æquiangulorum per quartam primi. Itaq; lineæ ductæ, in singulis punctis solidi latera dividentibus duæ, angulum facientes Pentagoni, & cum duobus aliis duos angulos duorum Hexagonorum, anguli omnes solidi erunt æquales per axioma 2. & erunt 20. superficies seu bases Hexagonæ æquales, sectione Triangularium totidem superficierum solidi creatæ, & 12. Pentagonæ æquales bases pyramidibus totidem abscisis; etiam universæ, sibi ipsis, & inter se æquilateræ. Denique sphærâ erit circumscriptibile, Semidiameter enim corporis transformati, & Semidiameter corporis simplicis, cum abscisâ parte lateris, triangulum efficiunt (ut apparet intuenti figuram) ad angulum quemcunque ducantur.*

ducantur. Hujuſmodi omnium triangulorum, angulus idem eſt ad verticem per ſeptimum Axioma, & duo latera duobus lateribus, ſingula ſingulis, æqualia habebunt: nam pars lateris abſciſa ſimilis eſt in omnibus, & Semidiameter corporis ſimplicis eadem ex dato. Ergo baſes, quæ ſunt Semidiametri corporis transformati, erunt æquales per 4. 1. Itaq; eodem centro, Icoſaedrum tranſformatum poteſt circumſcribi.

Theorema 1.

HVic transformatæ figuræ, duæ poſſunt inſcribi ſpheræ; minor ſolummodo centra omnium Hexagonorum tangit, major vero non ſolum centra reliquorum Pentagonorum tangit, ſed & Hexagona ſecat, concentricos in iis delineans circulos.

Theorema 2.

Huic item ſolido, poterit Tetraedrum inſcribi: cujus anguli in centris 4. baſium Hexagonarum reſidebunt.

Theorema 3.

Intra transformatum Icoſaedrum poteſt conſtrui Cubus: cujus anguli omnes, in centris Hexagonorum planorum requieſcent.

Theorema 4.

Transformatum Icosaedrum concipit internum Octaedrum : cujus anguli, situm sibi vendicabunt in medietatibus 6 laterum Hexagonorum; ejusmodi, quæ non communicant cum Pentagonis, sed paralela, opposita, & perpendicularia, sibi invicem existunt.

Theorema 5.

Dodecaedrum aptissimè poterit intra hoc transformatum describi solidum; ductis lineis rectis per centra omnium Hexagonorum, ita ut anguli ejus omnes in illis centris manebũt.

Theorema 6.

Icosaedrum, huic solido inscriptum, 12. suos solidos angulos sitos habet, in 12. Pentagonorum centris.

Theorema 7.

Rationali existente hujus solidi latere; ejus Semidiameter, Irrationalis erit major, se habens ad latus ut 8 univers. 3. $\sqrt{8\frac{1}{8}+6.\frac{11}{24}}$ ad 1.

Theorema 8.

Hexagonarum basium Semidiameter major, æqualis est hujus solidi transformati lateri:

teri: & ad Semidiametrum majorem Pentagonorũ planorum, est, sicut 1. ad ☇ uni. $\frac{1}{3} + ☇\frac{1}{11}$.

Theorema 9.

Pentagonarum & Hexagonarum basium Diametri minores, inter se rationem habent, sicut $\sqrt{☇}\,v\,\frac{1}{3} + \frac{1}{47}$ ad 1.

Theorema 10.

Hujus solidi latere rationali, ejus Axis major, Binomium erit: rationem ad latus retinens, sicut $\sqrt{☇}\,v\,3\frac{1}{3} + \sqrt{☇}\,\frac{481}{110}$ ad 1.

Theorema 11.

Transformati Icosaedri latere rationali, Axis minor, Binomium est, rationem ad latus retinens, tanquam $\sqrt{☇}\,v\,\frac{11}{3} + \sqrt{☇}\,\frac{121}{4}$ ad 1.

Theorema 12.

Axis major potest minorem Axem & Semidiametrum circuli concentrici, quæ major pars est Semidiametri majoris Pentagonarum basium, secundùm extremam & mediam rationem divisæ: & ad latus hujus solidi rationem habet, sicut $\sqrt{☇}\,v\,\frac{1}{3} - \sqrt{☇}\,\frac{1}{20}$ ad unitatem.

Theorema 13.

Icosaedro transformati inscripti Tetraedri latus,

latus, potentiâ duplum est ad interni Cubi latus: & ad hujus solidi latus, tanquam $\sqrt{\text{g}}\,v\,7. + \sqrt{\text{g}}\,45.$ ad 1.

Theorema 14.

Latus Octaedri intra Icosaedrum transformatum constructi, Binomium est, (transformati solidi latere existente rationali) eorumque proportio erit, tanquam $\sqrt{\text{g}}\,v\,6.\frac{3}{4} + \sqrt{\text{g}}\,\frac{405}{16}$ ad 1.

Theorema 15.

Icosaedri transformati latere rationali, Icosaedri interni latus, Binomium erit: proportionem retinens ad latus hujus transformati solidi, quemadmodum triplum majoris Altitudinis, ad Diametrum Icosaedri, transformatum solidum ambientis; earum autem ratio est, sicut $\sqrt{\text{g}}\,4\frac{1}{5} + \sqrt{\text{g}}\,3.\frac{1}{5}$ ad 1.

Theorema 16.

Latus Dodecaedri huic transformato solido inscripti, extremâ & mediâ ratione divisum, facit majorem portionem hujus transformati solidi latus, quod quidem rationem habet ad Dodecaedri inscripti latus, sicut $\sqrt{\text{g}}\,\frac{3}{2}\,v + \sqrt{\text{g}}\,\frac{3}{9}$ ad 1.

Theorema 17.

Hujus transformati Icosaedri superficies est super-

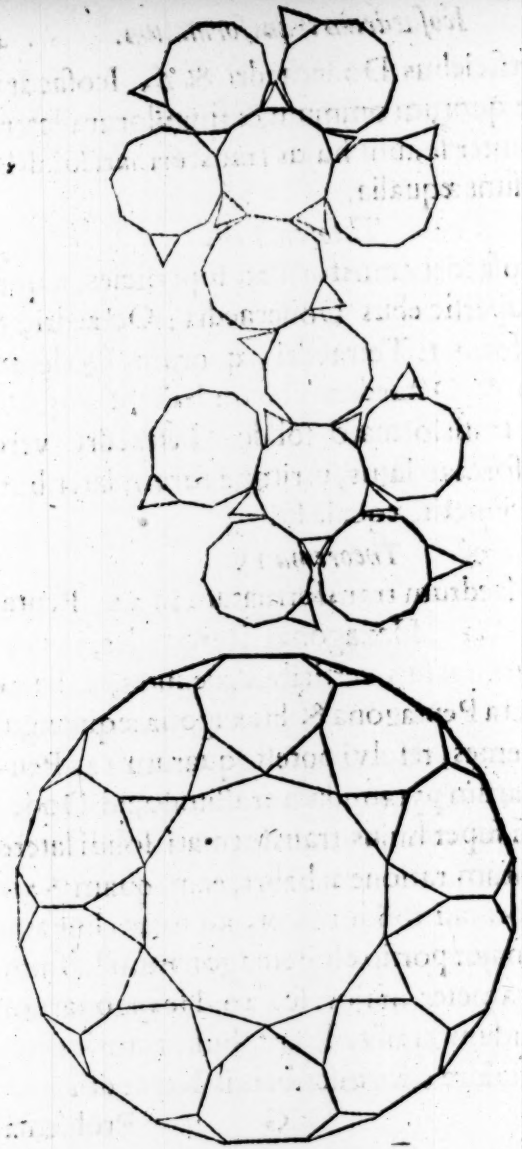
ſuperficiebus Dodecaedri & 6. Icoſaedrorum: quorum omnium,& ſingulorum latera, tum inter ſe,tum hujus transformati ſolidi lateri, ſunt æqualia.

Theorema 18.

Icoſaedri transformati ſuperficies æquatur ſuperficiebus Dodecaedri, Octaedri, & transformati Tetraedri, quorum Dodecaedrum & Octaedrum latera habent æqualia huic transformato ſolido; Tetraedri vero transformati latus, utriſque eorum lateribus, ſimul junctis, æquale ſit.

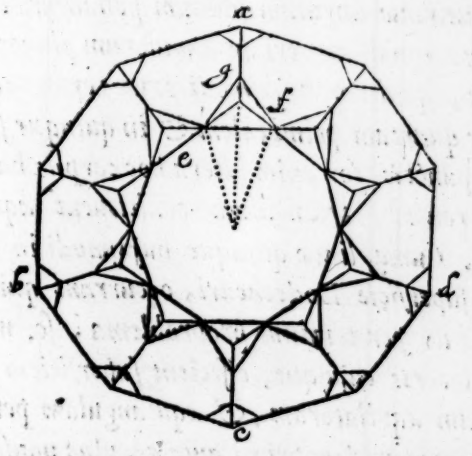
Theorema 19.

Icoſaedrum transformatum in 22. Pentagonas & 20. Hexagonas Pyramides, in centro ejus cum ſuis verticibus coeuntes, & baſes prædicta Pentagona & Hexagona æquiangula habentes, reſolvi poteſt: quarum 12. Pentagonarum pyramidum craſſitudo,ad Dodecaedrũ ſuper hujus transformati ſolidi latere fabricatum,rationem habet, eam, quam Axis transformati ſolidi major, ad totam lineam, cujus major portio eſt Pentagonarum baſium Semidiameter major, ſed 20. Hexagonarum pyramidum craſſitudo erit; hunc transformatum ſolidum circumſcribentis Icoſaedri.



Problema 5.

Dodecaedrum datum transformare.



Esto Dodecaedrum datum a b c d, *secetur unaquaeq; superficies, ut docet tertium Proproblema, ductis rectis* e f, f g, g h, h i, i e, *&c. circa unumquemque angulum solidum, sectionum puncta connectentibus. Ita Dodecaedrũ transformatur, & Corpus regulare novum producitur, compositum ex* 12. *Decagonis basibus aequalibus aequilateris, &* 20. *Trigonis aequilateris aequalibus: totumq; solidum aequianguleum est, & aequilaterum, sphaerâq; circumscriptibile.*

Demonſtratio.

Cum lineæ ductæ e f, f g, g h, h i, i e, *&c. circa unumquemque angulum ſolidum ponantur baſes cruribus æqualibus, trium angulorum planorum, ex dato, æqualium; hujuſmodi omnes erunt æquales per quartam primi, elem. & in quinque ſectionum punctis (tot enim latera hoc corpus habet) concurrentes, triangulum conſtituent æquilaterum. Cumq; lineæ quinque hujuſmodi in unâquaq; ſuperficie Dodecaedri, occurrant quinque æqualibus per tertium proproblema, ſc. mediæ parti lateris cujuſque, efficient ſuperficiem Decagonam æquilateram, & æquiangulam per triceſimam ſecundam primi, quia angulus unuſquiſq; æquatur duobus internis oppoſitis triangulorum æquiangulorum per quartam primi. Itaq; lineæ ductæ, in ſingulis punctis ſolidi latera dividentibus duæ, angulum facientes Trianguli æquilateri, & cum duobus aliis duos angulos duorum Decagonorum, anguli omnes ſolidi erunt æquales per ſecundum axioma, & 12. erunt ſuperficies ſeu baſes Decagonæ æquales, ſectione uniformi Pentagonarum ſuperficierum creatæ, & viginti Trigonæ baſes pyramidibus totidem abſcindendis: & univerſæ,*

universa, sibi ipsis, & inter se aequilatera. Denique sphærâ circumscriptibile erit: Semidiameter enim corporis transformati, & Semidiameter Dodecaedri, cum abscisâ parte lateris, triangulum efficiunt, ad angulum quemcunque ducantur; ut apparet intuenti figuram. Hujusmodi omnium triangulorum, angulus idem est ad verticem per septimum Axioma, & duo latera duobus lateribus aequalia habebunt: nam pars lateris, similis est in omnibus, & Semidiameter corporis simplicis eadem ex dato. Ergo bases, quæ sunt Semidiametri corporis transformati, erunt æquales per 4. 1. *Itaq; eodem centro, Dodecaedrum transformatum potest circumscribi.*

Theorema 1.

BInas concipit hoc transformatum solidum sphæras internas; major, suâ connexâ perpherâ omnium planorum Trigonorum centra pertingens, Decagora plana intersecans, in ipsis concentricos dilineans circulos: altera, quæ minor est, solummodo tangit Decagonorum centra, tota intra hoc solidum inclusa.

Theorema 2.

Potest & huic transformato Dodecaedro, Tetraedrum inscribi: cujus anguli solidi in

Trigonarum baſium centris requieſcent.

Theorema 3.

Huic item ſolido poteſt Hexaedrum inſcribi, ejuſq; anguli in centris Trigonarum baſium reſidebunt.

Theorema 4.

Dodecaedro transformato inſcriptum Octaedrum, ſuos habet angulos in mediera-tibus locatos illorum laterum, quæ, cum inter ſe oppoſita, paralela, & orthogona ſunt, conveniunt quoque ſolummodo Decagonis planis, nequaquam cum Trigonis communicata.

Theorema 5.

Icoſaedrum conſtrui intra hoc ſolidum poteſt: cujus anguli omnes centra cuncta Decagonorum planorum occupabunt.

Theorema 6.

Dodecaedrum intra hanc transformatam figuram collocari poteſt: & ejus anguli in centris viginti Trigonarum baſium, ſibi ſitum vendicent.

Theorema 7.

Semidiameter transformati Dodecaedri, poteſt minorem Axem, & Semidiametrum majorem Decagonatum baſium.

Theo-

Theorema 8.

Hujus ſolidi latere rationali, Decagonarum baſium Semidiameter minor, eſt Irrationalis major, rationem habens ad Semidiametrum earundem baſium majorem, ſicut $\sqrt{\frac{5}{8}v\,1\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{5}{8}\,1\frac{1}{4}}$ ad $\sqrt{\frac{5}{8}v\,1\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{5}{8}\,1\frac{1}{4}}$.

Theorema 9.

Latus hujus figuræ potentiâ triplum eſt ad Semidiametrum majorem Trigonarum baſium, & ad Semidiametrum minorem, rationem habet, eam quã Diameter cubi ad Axem propriam.

Theorema 10.

Diameter transformati Dodecaedri poteſt Altitudinem ſolidi minorem, Diametrum Decagonæ baſis minorem, & latus.

Theorema 11.

Quadratum majoris Axis, additum tertiæ parti quadrati lateris, facit quadratum Semidimetientis transformati ſolidi.

Theorema 12.

Quadratum Altitudinis hujus ſolidi minoris, â quadrato altitudinis majoris ſublatum, relinquit quadratum Diametri circuli Decagonis baſibus concentrici.

Theo-

Theorema 13.

Viginti æquales pyramides ſuper 20. baſibus Trigonis tantæ Altitudinis conſtrui poſſunt, ut ſolidum inde conflatum, emergat Dodecaedrum: cujus latus, potentiâ quintuplum erit lateris transformatæ figuræ.

Theorema 14.

Iſtarum pyramidū unumquodq; latus, æquale eſt minori portioni lateris transformati Dodecaedri, extremâ & mediâ ratione diviſi.

Theorema 15.

Quadratum Semidimetientis majoris Trigonarum baſium, deductum à quadrato majoris ſegmenti lateris ſui extremâ & mediâ ratione diviſi, relinquit quadratum Altitudinis ipſi adjectarum pyramidum.

Theorema 16.

Major hujus ſolidi Altitudo, poteſt latera inſcriptorum Cubi & Tetraedri, & potentiâ illius altitudinis in duas lineas divisâ, duplam extremæ & mediæ rationem retinentes, minor illarum rectarum, Dodecaedri, eidem transformato ſolido inſcripti, latus eſt.

Theorema 17.

Huic transformato Dodecaedro inſcripti Octaedri Diameter, poteſt inſcripti Icoſaedri Diame-

Diametrum, & Dimetientem minorem Decagonarum baſium, atq; potentiâ Altitudinis hujus ſolidi, minoris, in duas lineas extremæ & mediæ rationem retinentes, divisâ; facit minor earum Icoſaedri latus.

Theorema 18.

Superficies transformati Dodecaedri ſuperat ſuperficiem Icoſaedri, ſuper latere hujus ſolidi fabricati, per ſuperficiem Decagoni æquianguli, cujus latus, eam rationẽ ad latus hujus ſolidi, quam latus ſolidi ad Semidimetientem Trigonarum baſium minorem; & cunctarum Decagonarũ baſiũ ſuperficies ad ſuperficiem omnium Trigonarũ baſium, rationẽ habet, eam, quam Decagonæ baſis Diameter minor ad Semidiametrum minorem Trig. baſium.

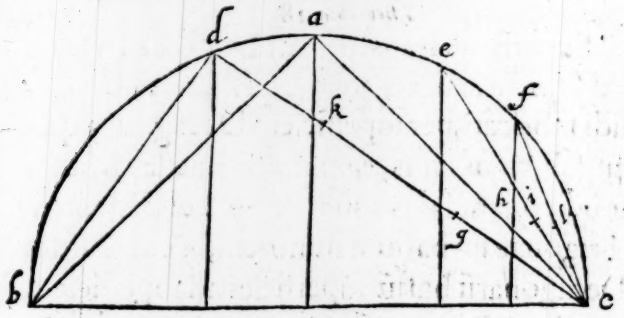
Theorema 19.

Dodecaedrum transf. in 32. Pyramides, à baſibus æquiangulis prodeuntes, & in centro ejus coeuntes, reſolvi poteſt: quarũ 12 Decag. ſunt, reliquæ 20. Trilateræ, pro natura baſiũ; ſi vero à ratione Decago. baſium Diametri minoris, ad Semidiametrum Trigon. baſium minorẽ, ſubducatur ratio Axis majoris ad minorem: quæ remanet ratio eſt craſſitudinis omnium Pyramidum Decag. ſimul ſumptarũ ad ſoliditatem omnium Trigo. pyramidum.

Corpora transformata ſimul collata.

Proproblema 6.

Datis lateribus Corporum regularium, latera transformatorum dare.



Deſcripto Semicirculo b c, *inſcriptis lateribus regularium per* 18. *propoſ.* 13. d c *Tetraedri*, d b *Hexaedri*, a c *Octaedri*, e c *Icoſaedri*, f c *Dodecaedri: dividantur tria eorũ, ſc.* d c, a c, e c, *trifariam, punctis* g, h, i, *& à latere Tetraedri abſcindatur* k c *lateri Hexaedri æqualis. Deinq;* f c *latus Dodecaedri ità dividendum eſt, ut totum poßit quintuplum partis unius, (quod facere docet tertium proproblema, licet non expreßè; talis pars, quæ ſit* l c, *erit latus Dodecaedri transformati, ità* g c *latus Tetraedri,* h c *Octaedri,* i c *Icoſaedri,* k d *Hexaedri.*

Demon-

Demonſtratio.

Ex antedemonſtratis evidenter conſtat, trium transformatorum corporum latera, ſc. Tetraedri, Octaedri, Icoſaedri, eorundem regularium eſſe laterum trientes, quare g c *tertia pars rectæ* d c, *erit latus Tetraedri transformati,* h c, *Octaedri,* i c *Icoſaedri. Deindè* k d *exceſſus laterís Tetraedri ad latus Hexaedri, manifeſtè colligitur eſſe latus Cubi transformati, hoc modo, per 2. Proprob. exceſſus hypotenuſæ ad latus trianguli ex medietate laterís Quadrati, duplicatus, hujuſmodi latus conſtituit; cum igitur. Per 4. Sexti elem. hypotenuſa trianguli ex toto latere Quadrati, dupla ſit alterius hypotenuſæ; differentia ejuſdem dupla erit differentiæ minoris per 15. quinti: quare* k d *exceſſus talis (tale enim eſt latus Tetraedri ad latus Cubi, per 13. & 15 prop. 13.) erit latus Hexaedri transformati. Denique per tertium Proproblema, medietas laterís Pentagoni, quintuplum poteſt dimidii laterís Dodecaedri transformati: quarè totum, quintuplum totius per 18. quinti: dantur igitur latera quinque corporum transformatorum.*

Corporum transformatorum potentiæ sic exprimuntur Arithmeticè.

Diameter comprehendentis sphæræ 1.

- *Tetraedri latus* c d $\sqrt{\frac{3}{3}}$.
- *Hexaedri latus* d b $\sqrt{\frac{1}{3}}$.
- *Octaedri latus* e a $\sqrt{\frac{1}{2}}$.
- *Icosaedri latus* c e $\sqrt{\text{v}\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{10}}$.
- *Dodecaedri latus* c f $\sqrt{\text{v}\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{10}}$.

Corporum transformatorum latera.

- *Tetraedri transformati latus* c g $\sqrt{\frac{2}{27}}$.
- *Hexaedri transformati latus* k d $\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}}$.
- *Octaedri transformati latus* c h $\sqrt{\frac{1}{18}}$.
- *Icosaedri transformati latus* c i $\sqrt{\text{v}\frac{1}{12}} - \sqrt{\frac{1}{1620}}$.
- *Dodecaedri transformati latus* c l $\sqrt{\text{v}\frac{1}{10}} - \sqrt{\frac{1}{180}}$.

En,

En, Lector, ſpicilegium, quo proportiones Corporum transformatorum percipiantur univerſæ, & Theoremata cuncta nudè propoſita, perſpectè habeantur; clarius equidem ſi hæc ipſa demonſtraſſem: ſed mihi pariter foret id labori, & tibi forſan faſtidio.

Problema 7.

Datis lateribus Corporum transformatorum: Axes, Altitudines, Diametros, eorum dare arithmeticè.

Tetraedri transformati latus $\sqrt{\frac{3}{37}}$.

- *Semidiameter ſphæræ comprehendentis transformatum Tetraedrum* $\sqrt{\frac{11}{108}}$.
- *Trigonarum baſium Semidiameter major* $\sqrt{\frac{2}{81}}$.
- *Earundem baſium Semidiameter minor* $\sqrt{\frac{1}{162}}$.
- *Hexagonarum baſium Semidiameter major* $\sqrt{\frac{2}{37}}$.
- *Earundem Semidiameter minor* $\sqrt{\frac{1}{18}}$.
- *Axis major* $\sqrt{\frac{25}{1314}}$. *ſive* $\frac{7}{18}$.
- *Axis minor* $\sqrt{\frac{1}{36}}$ *ſive* $\frac{1}{2}$.
- *Semidiameter circuli Hexagono concentrici* $\sqrt{\frac{16}{1314}}$.
- *Pyramidis reſecatæ Altitudo* $\sqrt{\frac{2}{9}}$.
- *Altitudo ſolidi* $\sqrt{\frac{4}{9}}$.

Hexaedri transformati latus $\frac{1}{3}$ — $\sqrt{\frac{1}{3}}$.

- *Semidiameter transformati cubi* $\sqrt{\frac{1}{12}} - \frac{1}{12}$.
- *Trigonarum basium Semid. major* $\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{27}$.
- *Earundem Semid. minor.* $\sqrt{\frac{1}{12}} - \sqrt{\frac{1}{162}}$.
- *Octogonarum basium Semid. major* $\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{18}$.
- *Axis major* $\sqrt{\frac{1}{12}} + \frac{1}{162}$.
- *Axis minor* $\sqrt{\frac{1}{18}}$.
- *Pyramidis resecatæ Altitudo major* $\sqrt{\frac{1}{6}} - \frac{2}{81}$.
- *Altitudo solidi* { *major* $\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{2}{81}$; *minor* $\sqrt{\frac{1}{3}}$.
- *Circuli concentrici Semid.* $\sqrt{\frac{1}{162}}$

Octaedri transformati latus $\frac{1}{18}$.

- *Semidiameter comprehendentis sphæra* $\sqrt{\frac{1}{36}}$.
- *Quadratarum basium Semid. major* $\sqrt{\frac{1}{36}}$ *sive* $\frac{1}{6}$.
- *Earundem Semid minor* $\sqrt{\frac{1}{72}}$.
- *Hexagonarum basium Semid. major* $\sqrt{\frac{1}{18}}$.
- *Earundem Semid. minor* $\sqrt{\frac{1}{24}}$.
- *Axis major* $\sqrt{\frac{1}{9}}$ *sive* $\frac{1}{3}$.
- *Axis minor* $\sqrt{\frac{1}{12}}$.
- *Semid. circuli concentrici* $\sqrt{\frac{1}{36}}$ *sive* $\frac{1}{6}$.
- *Pyramidis resecatæ Altitudo* $\frac{1}{6}$.
- *Solidi Altitudo* { *major* $\sqrt{\frac{4}{9}}$; *minor* $\sqrt{\frac{1}{3}}$.

Icosaedri

Icosaedri transformati latus $\sqrt{\frac{1}{15}}$.

- *Semidiameter cõprehendentis sphera* $\sqrt{\frac{1}{16}} + \frac{3}{40}$.
- *Pentagonarum basium Semid. major* $\sqrt{\frac{1}{25}}$.
- *Earundem Semid. minor* $\sqrt{\frac{1}{150}} - \frac{1}{3750}$.
- *Hexagonarum basium Semid. major* $\sqrt{\frac{1}{18}} - \frac{1}{1620}$.
- *Earundem Semid. minor* $\sqrt{\frac{1}{24}} - \sqrt{\frac{1}{2880}}$.
- *Axis major* $\frac{7}{60} + \frac{1}{405}$.
- *Axis minor* $\frac{1}{12} + \frac{1}{180}$.
- *Semid. circuli Hexagono concentrici* $\frac{1}{30} - \frac{1}{1620}$.
- *Pyramidis resecatæ Altitudo* $\frac{1}{30} - \frac{1}{1620}$.
- *Solidi transformati Altitudo,* *major* $\frac{7}{15} + \frac{16}{405}$. *minor* $\frac{1}{3} + \frac{4}{45}$.

Dodecaedri transformati latus $\frac{1}{16} - \frac{20}{3600}$ sive $\frac{1}{180}$.

- *Semidiameter comprehendentis sphera* $\frac{3}{20} + \frac{1}{180}$.
- *Trigonarũ basium Semid. major* $\frac{1}{36} - \frac{1}{1620}$.
- *Earundem Semid. minor* $\frac{1}{720} - \frac{1}{21600}$.
- *Decagonarum basium Semid. major* $\frac{1}{125}$.
- *Earundem minor* $\frac{1}{24} + \frac{1}{1800}$.
- *Axis major* $\sqrt{\frac{7}{60}} + \frac{4}{405}$.
- *Axis minor* $\frac{1}{15} + \frac{1}{180}$.
- *Decagonarum basium concent. circ. Semid.* $\frac{1}{30} + \frac{1}{1620}$.
- *Solidi Altitudo* *major* $\frac{7}{15} + \frac{64}{405}$. *minor* $\frac{1}{3} + \frac{4}{45}$.

Corporum

Corporum transformatorum, tum *inter ſe, tum ad circumſcripta corpora regu-* laria collatorum, theoremata.

Theorema 1.

TEtraedri Diameter poteſt Dimetientem ſibi inſcripti transformati Tetraedri, & Octuplum quadrati lateris Tetraedri tranſformati.

Theorema 2.

Superficies transformati Tetraedri, ad Superficiem ambientis Tetraedri, rationem habet, eam, quam 7. ad 9.

Theorema 3.

Si transformati Octaedri latus ad transformati Tetraedri latus, rationem habeat eam, quam ⅜ 7. ad ⅜ 12. Superficies baſiũ Hexagonarum Octaedri, æqualis erit Superficiei transformati Tetraedri.

Theorema 4.

Tetraedrum transformatum, ad Tetraedrum ſibi circumſcriptum, rationem habet, ſicut 23. ad 27.

Theorema

Theorema 5.

Transformati Tetraedri ad transformatum Octaedrum, æqualium laterum, ratio est, ut 23. ad 96.

Theorema 6.

Hexaedrum transformatum circumductũ Cubum habet, & eorum laterum differentia, duplum potest lateris transformati Hexaedri.

Theorema 7.

Hexaedri transformati lateris $\sqrt{8\frac{1}{2}}$ additum majori Axi, facit Semidiametrum ambientis Cubi.

Theorema 8.

Hexaedri Superficies excedit Superficiem omnium basium Octogonarum sibi inscripti Hexaedri transformati, Superficie, quam potest linea recta proportionem habens ad latus transformati Cubi, sicut Cubi Diameter Semidiametro majori Tetragonarum basium, vel ut $\sqrt{8}$ 6. ad 1.

Theorema 9.

Hexaedrum æquale est sibi inscripto Cubo transformato & quatuor Tetraedris, quorum latera sunt æqualia transformati Cubi lateri.

Theorema 10.

Hexaedrum & Tetraedrum, transfigurata, æqualia latera habentia; deficiunt à ſuis regularibus ſolidis comprehendentibus æqualiter.

Theorema 11.

Octaedri transformati latus ad Diametrum circumducti Octaedri, eſt, ſicut transformati Cubi pyramidis Altitudo adjecta lateris ipſius Cubi transformati.

Theorema 12.

Octaedrum & Tetraedrum, transfigurata, æqualium laterum; habent & corpora externa regularia æqualium laterum, quorum ſuperficies in duplâ ſunt proportione.

Theorema 13.

Differentia ſuperficierum Octaedri comprehendentis & Octaedri transformati inſcripti, æqualis eſt differentiæ Hexagoni, cujus latus, duplum eſt lateris transformati ſolidi

Theorema 14.

Si duæ mediæ proportionales inuentæ fuerint, inter latus Octaedri & latus transformati Octaedri eidem inſcripti, Octaedrum, cujus latus æquale eſt minori, ſubductum ex Octaedro regulari ambiente, relinquit transformati

formati Octaedri inscripti crassitudinem.

Theorema 15.

Si duæ lineæ proportionales inter latus comprehendentis Octaedri, & sibi inscripti Octaedri transformati Axem majorem, inuentæ fuerint: item, inter latus transformati solidi, & Diametrum majorem basium quadratarum duæ aliæ mediæ proportionales, Cubus ex majori priorum mediarum, Octaedro circumscribenti æqualis est, & Cubus ex minore posteriorum mediarum à priori Cubo subductus, relinquit crassitudinem transformati Octaedri.

Theorema 16.

Icosaedrum transformatum recipit Icosaedrum regulare simplex comprehendens, ejusque anguli 180 residentin 30 lateribus Icosaedri regularis; eorumque latera, sunt in tripla proportione.

Theorema 17.

Icosaedri comprehendentis Semidiameter, potest Axem minorem transformati solidi, & mediam proportionalem inter latera solidorum, transformati & regularis circumscribentis.

Theorema 18.

Diameter major basium Pentagonarum Icosaedri transformati, secundùm extremam & mediam rationem devisâ, ejusque major portio, prædicti trãsformati solidi majori Altitudini adjuncta, facit Diametrum ambientis Icosaedri.

Theorema 19.

Superficies Icosaedri superat superficiem omnium Hexagonarum basium transformati Icosaedri sibi inscripti, per Superficiem quæ eam habet rationem ad Superficiem omnium basium Pentagonarum, quam Diameter minor Icosaedri circumscripti, ad Diametrum minorem Pentagonarum basiũ transformati interni Icosaedri

Theorema 20.

Duabus hujusmodi rectis inuentis, quòd prior ad transformati Icosaedri latus dupla sit, altera vero æqualis segmento majori Semidiametri majoris Pentagonarum basium transformati solidi: Prisma pentilaterum, cujus Altitudo est hæc posterior linea, latus vero æquiangulæ Pentagonæ basis linea prior, æquale erit differentiæ cõprehendentis Icosaedri ab inscripto transformato Icosaedro.

Theo-

Theorema 21.

Cõprehendentis Dodecaedri latere in duas lineas, dũplum extremæ & mediæ rationẽ retinentes diviſo: minor ex majori ſublata, relinquit latus inſcripti ei transformati Icoſaedri.

Theorema 22.

Dodecaedri transf. latere ex latere cõprehendentis Dodec. deducto, & ex reliqui medietatis quadrato, itidẽ tertia parte quadrati lateris transfigurati ſolidi ablatâ, reliquũ potens recta, majori Axi addita transfigurati ſolidi, Semidimetientẽ creabit cõprehendentis Dodecaedri.

Theorema 23.

Omniũ Dodecaedri transformati Decag. baſium ſuperficies, ad ſuperficiem omniũ baſium Trigonarum ejuſdem ; rationem habet, ſicut Diameter minor Decag. baſium ad Semid minorem Trigonarũ baſium & ſi perpendiculari Trigonarũ baſium, triplũ Dimetientis Decag. baſium adjungatur, quadratũ lineæ, mediæ proportionalis, inter lineam inde compoſitam, & Peripheriã Decagonæ baſis, æqualis eſt Superficies transformati Dodec.

Theorema 24.

Dodecaedri regularis ſuperficies ſuperat ſuperficiem inſcripti transformati Dodecaedri Decagonarum baſium, ſuperficie, eam ratio-

nem habente ad ſuperficiem omnium Trigonarum baſium, quam minor hujuſmodi duarum linearum, extremæ & mediæ rationem duplum habentium (quarum aggregatum, minor eſt portio perpendicularis Pentagoni comprehendentis Dodecaedri extremâ & mediâ ratione diviſæ) ad Semidiametrum minorem Trigonarum baſium ipſius transformati Dodecaedri.

Theorema 25.

Dodecaedri regularis Diametro in duas lineas quadruplum extremæ & mediæ rationem retinentes, atque minore earum itidem in lineas extremæ & mediæ rationem duplum retinentes, divisâ: Pyramis trilatera, cujus Trigonæ æquiangulæ baſis latus, duplum eſt ad latus transformati ſolidi, & Altitudo quintupla ad lineam minorem productam ex poſteriore ſectione minoris partis Diametri diviſæ: æqualis erit differentiæ, qua Dodecaedrum regulare ſimplex, excedit Dodecaedrum ſibi inſcriptum transformatum.

FINIS.